Cours de Morphologie Mathématique

Concepts de base

Hugues Talbot

talboth@esiee.fr

ISBS / ESIEE

1er semestre 2004-2005

Ressources

- Le cours sera mis en ligne au fur et à mesure:

  `http://www.esiee.fr/˜talboth/ISBS/Morpho/`

- Photocopie des transparents la semaine prochaine.

Questions

1. Questions sur le cours précédent ?
2. Remarques ?
3. Questions sur la suite du cours?

Suite du cours

1. Aujourd'hui séance de 2h, cours seulement.
2. semaine prochaine: 4h, cours + TD, format et lieu à décider.
3. jusqu'au 17 janvier: 4h systématique.
4. 2 séances de TPs, première pour l'instant juste avant Noël, mais on cherche à changer cela (un peu tard).
5. Désolé de ce manque de préparation.

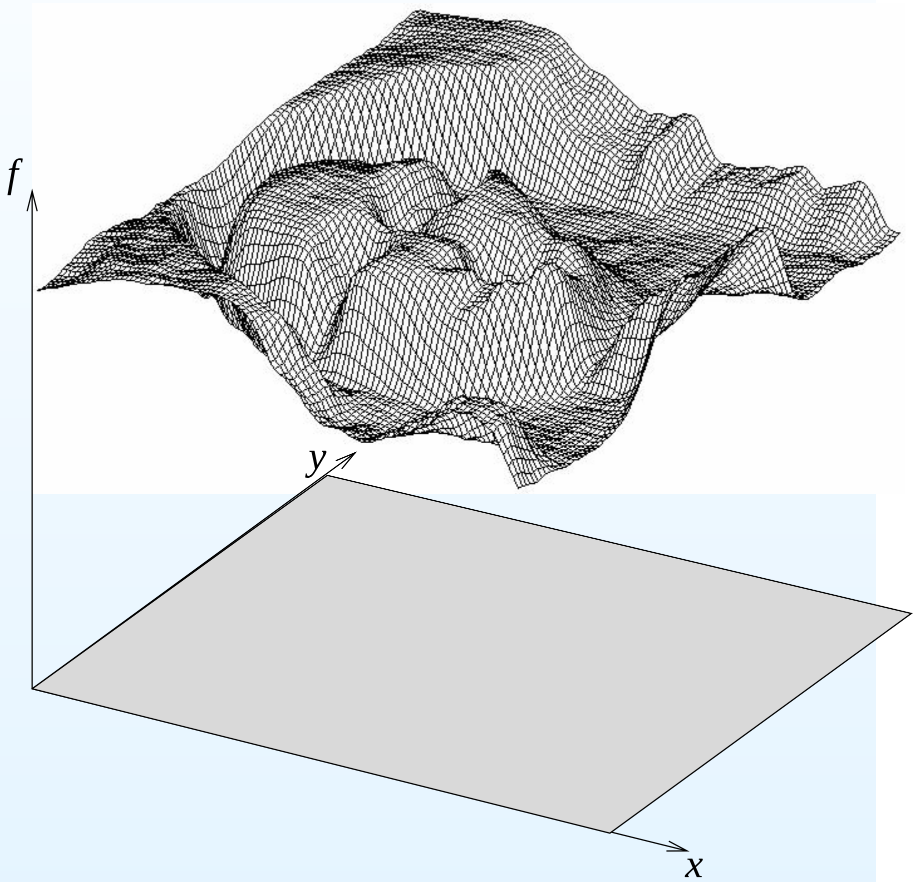
Représentation d’images

Tableaux en 2-D de données 8-bit

- Représentation la plus simple: collection of 1 (N&B) or 3 (Couleur) tableau(x) 2-D en 8 bits.
- Suffisant pour représenter la plupart des niveaux de gris visibles (256) et des couleurs visibles (255^3 = 16 millions).
- La plupart des problèmes possibles peuvent être illustrées dans ce contexte.

Fonction 2-D

Image



Fonction

Résolution

full

half

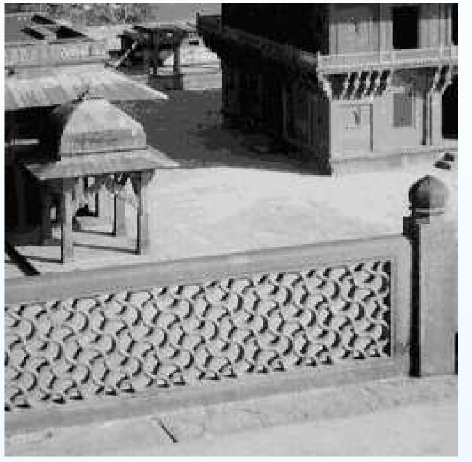
1/4

1/8

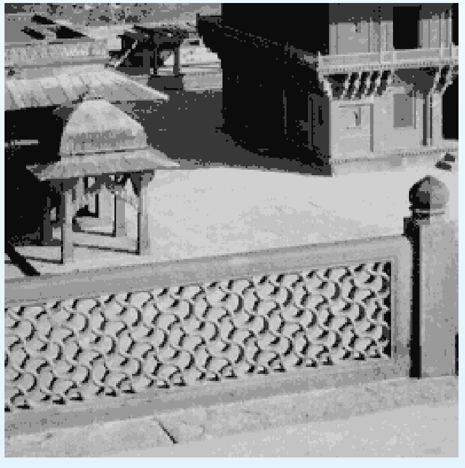
Nombre de niveaux de gris

256 gl

64 gl

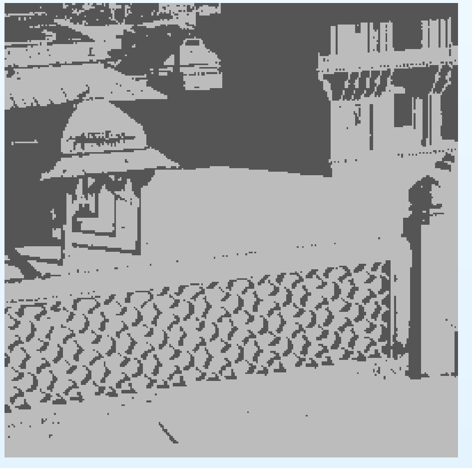


16 gl



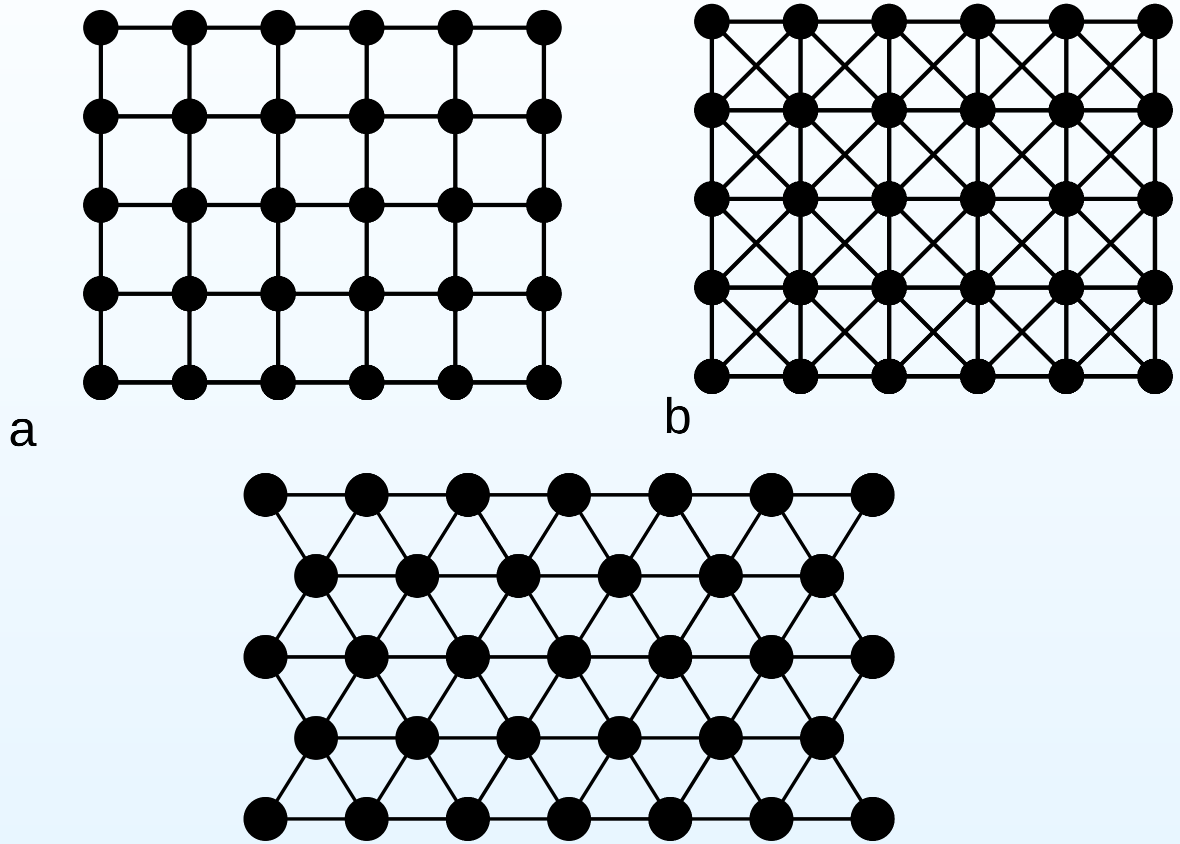
8 gl

4 gl



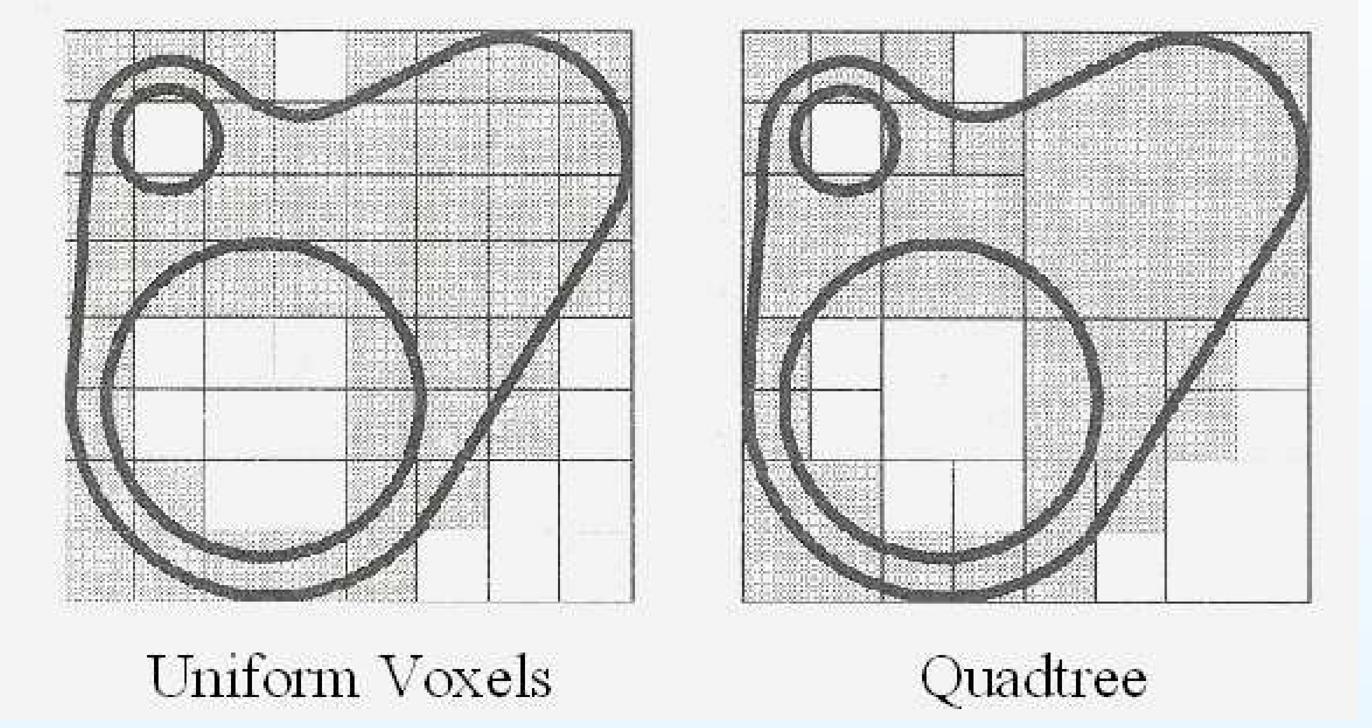
2 gl

Graphe



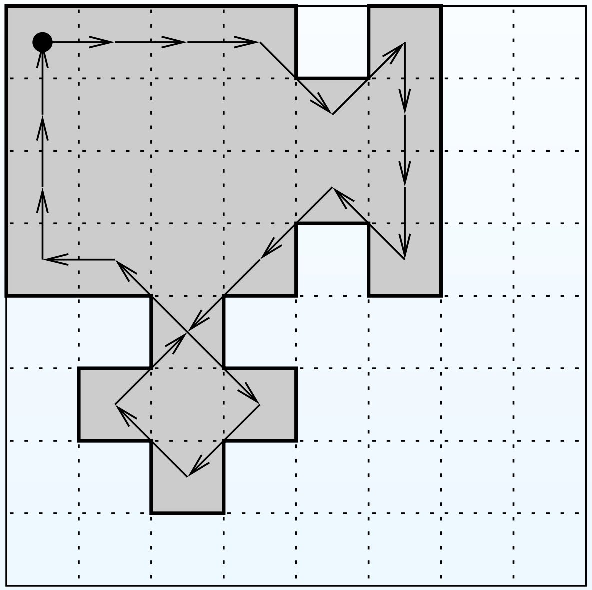
Synonymes: graphe de connexion, grille.

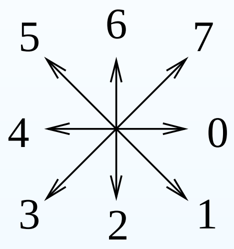
Autres représentations: Quadtrees



Les quadtrees sont une rerésentation hiérarchique de la structure d'une image. L'idée de base étant qu'un quadrant peut être découpé récursivement en 4 autres sous-quadrants.

Autre représentation: chaîne de contour





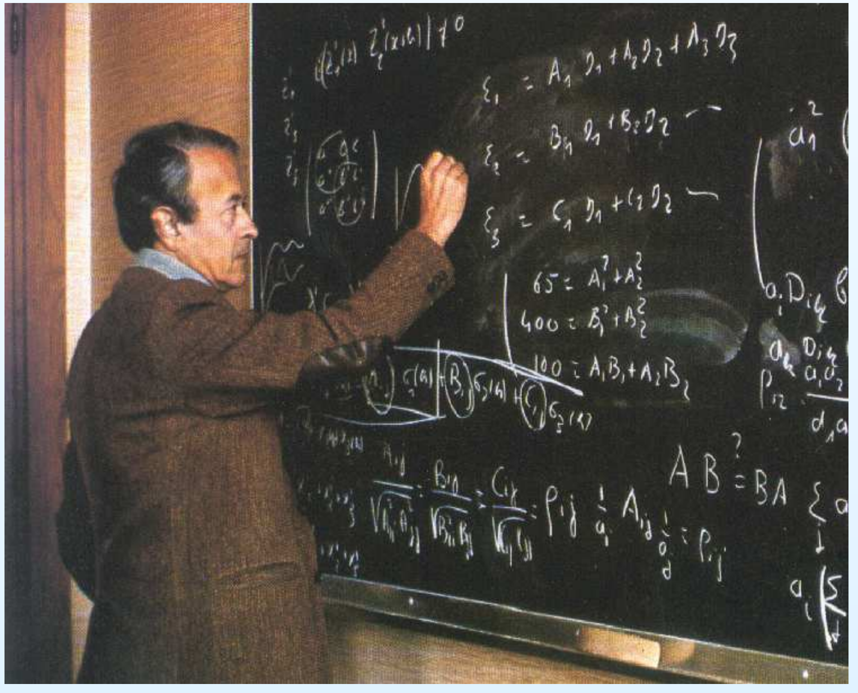
Code : 00017222533135754666

Permettent de représenter les contours de façon efficace.

Concepts de morphologie mathématique

Un peu d'histoire

- La morphologie mathématique (MM) a été conçue au milieu des années 60 à l'ENSMP, au laboratoire de Fontainebleau.
- Les inventeurs principaux ont été Georges Matheron et son étudiant en thèse Jean Serra. GM est mort en l'an 2000. JS est maintenant à la retraite (il est maire adjoint de Fontainebleau en fait).



Encore un peu d'histoire

- Le nom "Morphologie Mathématique" à été choisi dans un bar.
- La morphologie mathématique est devenue reconnue internationalement seulement après la publication du livre de Serra en Anglais de 1982 et les articles de Haralick/Sternberg/Zhuang dans IEEE PAMI en 1987.

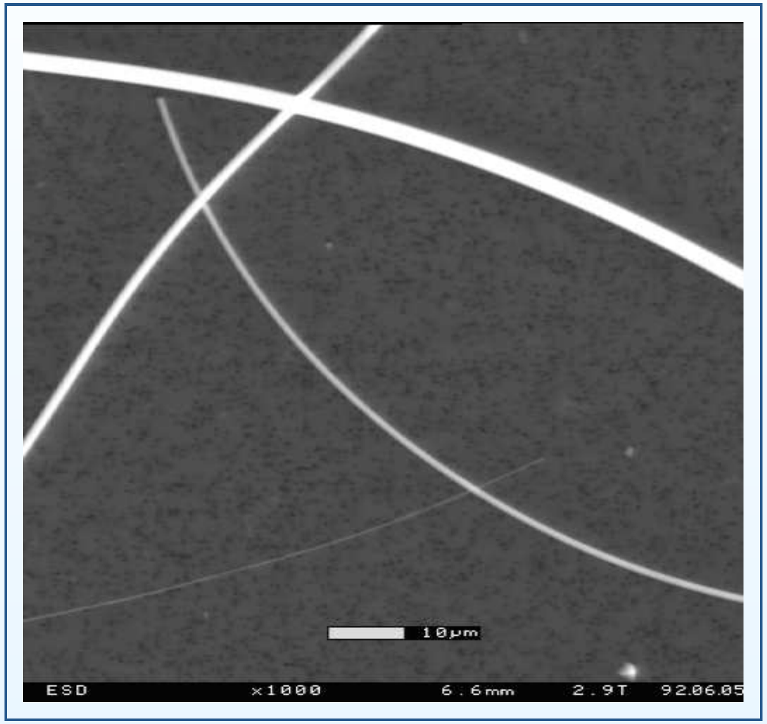
Histoire (3)

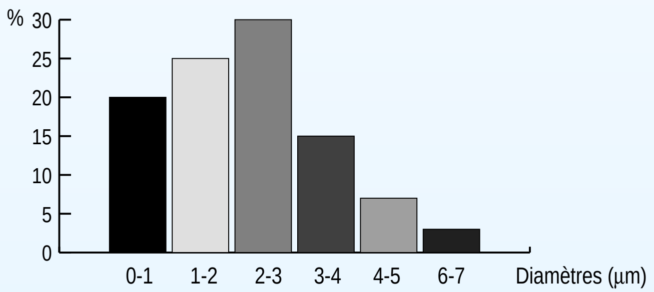
- Certains concepts datent de Minkowski (1901), Birkhoff (1948) et Hawidger (1957).
- Le dévelopement de la MM est très actif:
  - Conférences (ISMM, Scale-space, DGCI)
  - Une société pour la MM (ISMM also...)
  - Des journaux (JMIV, PAMI, etc)
- Intégrée dans une nouvelle série de théories
  - Scale-space
  - EDPs pour la segmentation et le filtrage.

Démarches en analyse d’images

	Espace “géométrique”	Espace de données
Linéaire	Convolution	Analyse multivariée
	Fourier, Ondelettes	Réseaux de neurones
	Tomographie (recons. 3-D)	Stéréologie
Non-linéaire	Morphologie	Démarches syntactiques
	Géométrie discrète	Grammaires
	Ensembles aléatoires	Indexation
	Segmentation	

Rappel de ce qu'on veut faire ?





Caractéristiques de la MM

Synérgie entre la théorie/les algorithmes/les applications

- La première théorie non-linéaire du traitement d'images.
- Beaucoup d'algorithmes sont rapides et efficaces.
- Beaucoup d'applications.

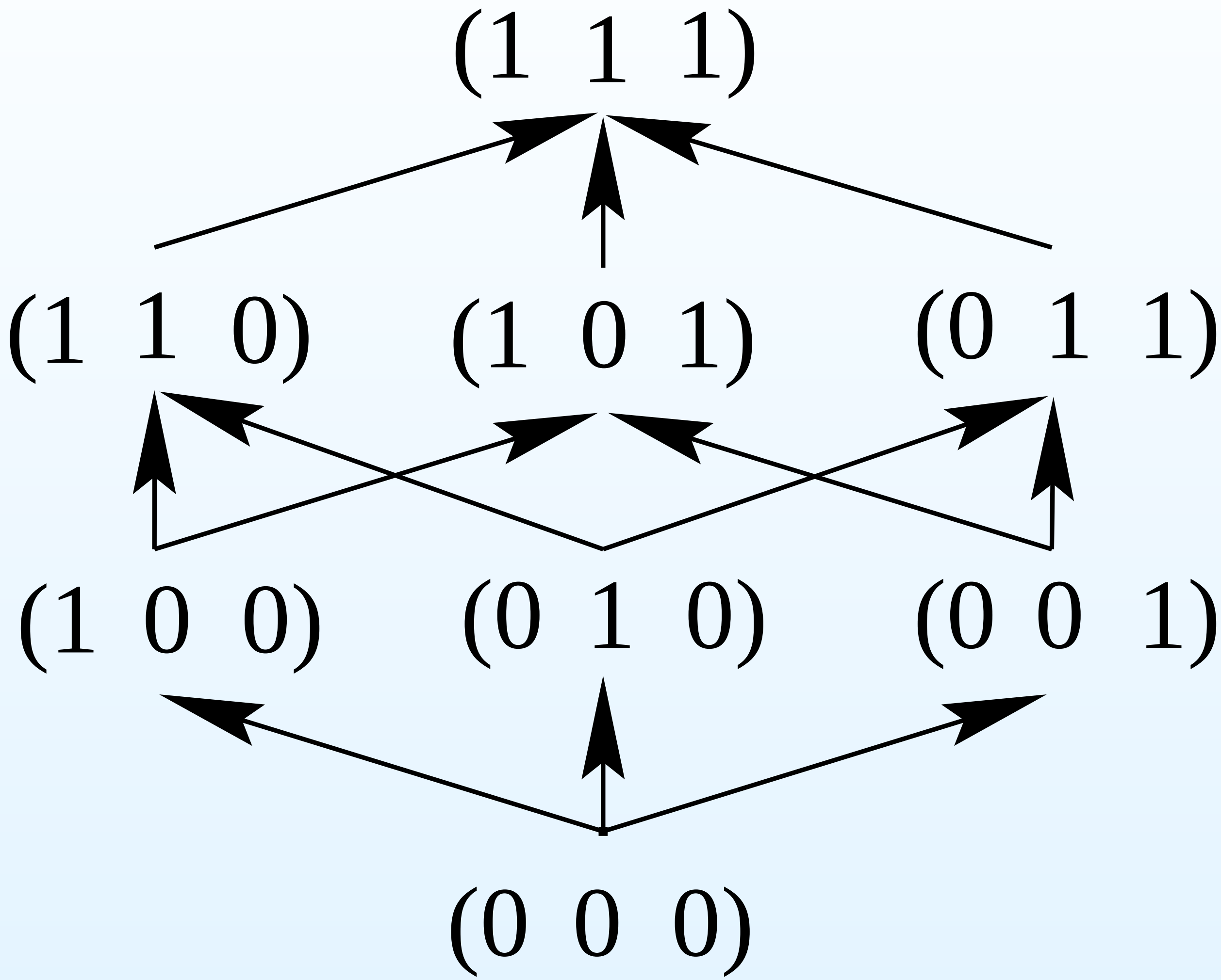
Concept de base: l'ordre

- La relation d'ordre est au coeur de la MM.
- Relation d'ordre:
  - $a \leq a$
  - $a \leq b, b \leq a \Rightarrow a = b$
  - $a \leq b, b \leq c \Rightarrow a \leq c$
- Notion de sup=plus petit majorant.
- Notion d'inf: plus grand minorant.

Structure de treillis

- La structure principale est le *treillis complet*.
- Un treillis est un ensemble ordonné X tel que pour deux éléments quelconque X_1 et X_2 de X on puisse définir un plus petit élément ($X_1 \wedge X_2$) et un plus grand élément ($X_1 \vee X_2$).
- Un treillis *complet* est un ensemble ordonné X (muni d'une relation d'ordre) tel que n'importe quel sous ensemble $X_i \subset X$ possède à la fois un plus petit et un plus grand élément.

Exemple de treillis complet simple



Le treillis des images binaires 3×1.

Autres exemple de treillis

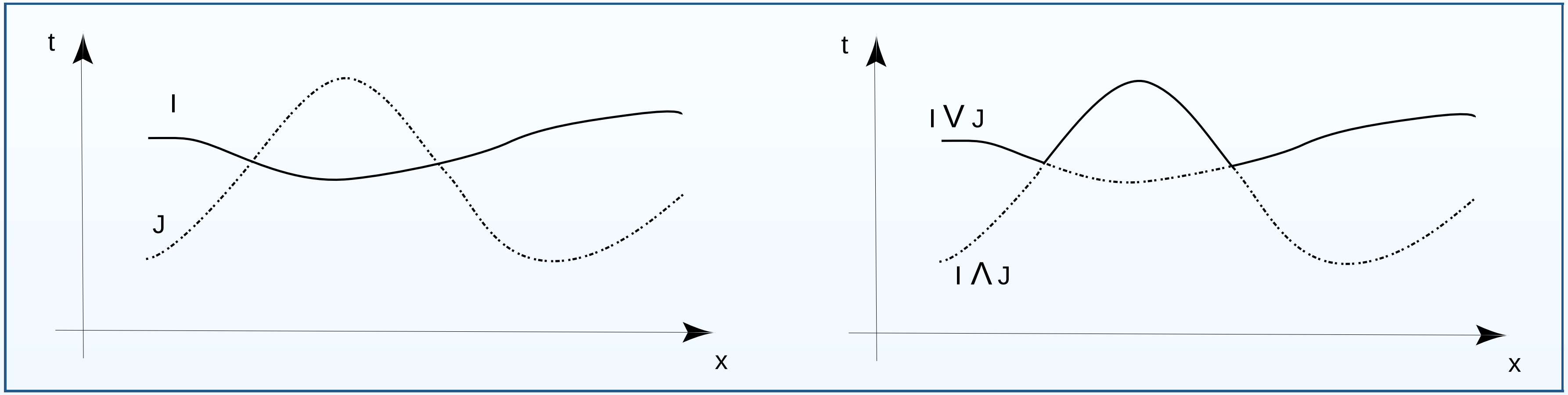
- Treillis des parties $\mathcal{P}(E)$ d'un ensemble E. Ordre défini par l'inclusion. Sup=$\cap$, Inf=$\cup$. Extrèmes=E, .
- Treillis des réels. Ordre=ordre numérique sur R. Sup et Inf au sens usuel, Extrèmes=$-\infty$, $+\infty$.
- Treillis des ensembles convexes. Sup=enveloppe convexe de l'union. Inf=intersection.

Exemples de treillis complets intéressants

- Le treillis Booléen des ensembles: définit la MM des images binaires.
- Le treillis des images semi-continues en haut: définit la MM des images en niveaux de gris.
- Le treillis des fonctions multi-valuées: MM des images couleurs.

Note: la dimensionalité n'a pas d'importance (2-D, 3-D, etc), du moins en théorie.

Treillis des fonctions



sup et inf de deux images 1-D