

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris E.S.I.E.E.	Unité : ST4-SIG Examen Date : 18 janvier 2004 Durée : 2 heures	Classe I4
--	---	------------------

SUJET À TRAITER – *Tous documents autorisés*

Remis par M. J.-F. BERCHER

Deux petites questions

1. Dans le cas d'un modèle de propagation par ondes planes, quel est le lien entre distribution d'intensité et fonction d'autocorrélation spatiale ?
2. Pour une antenne linéaire uniforme composée de 100 capteurs équi-spacés de $d = 10\text{cm}$ et un modèle de propagation par ondes planes, quelle est l'ordre de grandeur de la capacité de résolution ?

Petit exercice 1

Une antenne est illuminée par une onde selon

$$\mathbf{x} = \mathbf{s}\mathbf{a}(\theta) + \mathbf{b},$$

où $\mathbf{a}(\theta)$ est le vecteur directionnel, dépendant des paramètres θ liés à la propagation et à la géométrie de l'antenne. Le vecteur \mathbf{b} représente le bruit que l'on supposera blanc spatialement et de variance σ_b^2 . On notera également σ_s^2 la puissance émise par la source. On cherche un filtre spatial \mathbf{w} qui permette de maximiser le rapport signal-à-bruit.

1. Donnez l'expression du rapport signal-à-bruit.
2. Expliquez pourquoi la maximisation du rapport signal-à-bruit revient à maximiser $\mathbf{w}^+\mathbf{a}(\theta)$ sous contrainte $\mathbf{w}^+\mathbf{w} = 1$.
3. Résoudre et donner l'expression de \mathbf{w} .
4. Que devient cette expression dans le cas d'une antenne linéaire uniforme et d'un modèle d'ondes planes ? Comment peut-on alors interpréter le produit scalaire $\mathbf{w}^+\mathbf{a}(\theta)$?

Exercice 2

Position du problème *International students, e.g. Brazilian, with non fluent french may use the short technical version below.*

Un soir d'été, alors qu'un croissant de lune éclaire la prairie, le conteur provençal reprend sa comptine où il est question de chèvres et d'un certain monsieur Seguin. Témoin de ce moment privilégié, et conscient de sa rareté, vous souhaitez en conserver une trace sonore. Malheureusement, depuis votre essai de la quinzaine précédente, votre tâche s'est compliquée par la présence d'un criquet des champs et d'une decticelle bariolée, qui à elles deux font un raffut de tous les diables, qui a un intérêt entomologique certain, mais qui en l'occurrence détériore sévèrement le rapport signal-à-bruit.

Votre première attitude pourrait être de vous transformer en grand échassier insectivore et réduire les impétrants à un silence définitif. Ce qui d'une part n'est pas très écologique, et d'autre part vous fera perdre une partie de l'histoire parce que le conteur n'a pas que cela à faire d'attendre la fin de votre guéguerre personnelle – sans compter que les deux bestioles ne vont pas forcément se laisser faire. Aussi vous faut-il trouver rapidement une solution technique et pacifique à votre problème...

On peut considérer que nos trois sources émettent des ondes acoustiques suivant un modèle sphérique (circulaire), grossièrement dans le plan du sol (sinon il faudrait travailler en 3D, ce qui vous serait peut-être désagréable). Vous pourrez bien-sûr considérer que les différentes émissions sont parfaitement décorréllées (à moins que les insectes soient eux-aussi captivés par le conteur). D'autre part les différentes réflexions sur les brins d'herbe conduisent à un bruit supplémentaire que vous considèrerez gaussien. Fort de vos connaissances en traitement d'antenne, vous

disposez rapidement $M = 4$ microphones sur le sol, suivant (vaguement) une droite, et vous procédez à l'enregistrement en écoutant avec émerveillement la fin de l'histoire. Revenu dans votre laboratoire personnel, il vous restera le loisir de traiter les données ...

Short technical version

You consider a source of interest (the "conteur"), corrupted by two interferors ("criquet des champs" and "decticelle bariolée") and an additive gaussian noise. The propagation models are circular in a plane and contributions of the different sources are measured along an uniform linear array formed by $M = 4$ elementary sensors. Your goal will be to reduce or suppress the interferences.

Les questions

1. Quelles méthodes de traitement d'antenne pouvez vous utiliser pour traiter le problème consistant à supprimer (atténuer) les 2 interférences ? Citez-en au moins deux. [cours]
2. Pour le moment vous supposerez que l'hypothèse bande étroite est vérifiée. Donnez l'expression du vecteur directionnel correspondant et expliquez quels sont les paramètres d'intérêt. [cours]
3. Vous cherchez à mettre en œuvre une méthode de type formation de voies. Comment pouvez vous procéder pour localiser les trois sources ?
4. Vous connaissez exactement la position du conteur (H_c, D_c), parce que vous l'avez estimée question précédente ou parce que vous avez pris soin de la relever sur place. Vous pouvez donc « focaliser » votre antenne sur celui-ci. Vous pourrez en plus noter (H_{cc}, D_{cc}) la position du criquet des champs, (H_{db}, D_{db}) la position de la decticelle bariolée, et σ_c^2 , σ_{cc}^2 et σ_{db}^2 les puissances respectives émises par chacun.
 - (a) Donnez l'expression du filtre spatial permettant de se focaliser sur le conteur.
 - (b) Donnez alors l'expression du rapport signal-à-interférences (rapport des puissances du signal d'intérêt à la puissance des interférences).
5. Profitant du traitement effectué question 3, vous disposez d'estimées des différentes positions des sources. Vous pouvez maintenant chercher à éliminer les différentes interférences. Pour cela, vous recherchez un filtre spatial \mathbf{w} minimisant la puissance reçue tout en vérifiant

$$\begin{cases} \mathbf{a}(H_c, D_c)^+ \mathbf{w} = 1 \\ \mathbf{a}(H_{db}, D_{db})^+ \mathbf{w} = 0 \\ \mathbf{a}(H_{cc}, D_{cc})^+ \mathbf{w} = 0 \end{cases}$$

ou encore

$$\mathbf{A}^+ \mathbf{w} = \mathbf{e},$$

où $\mathbf{e}^+ = [10 \dots 0]$.

- (a) Donnez la signification des trois contraintes.
 - (b) Donnez l'expression générale de la puissance reçue [cours].
 - (c) Trouvez le filtre spatial permettant d'éliminer les brouilleurs.
 - (d) Donnez la valeur du rapport signal-à-interférences
6. Évidemment les ondes émises ne sont pas des fréquences pures. Comment faut-il alors adapter les traitements précédents ?

Ah ! la brave chevrette, comme elle y allait de bon cœur ! Plus de dix fois, je ne mens pas, Gringoire, elle força le loup à reculer pour reprendre haleine. Pendant ces trêves d'une minute, la gourmande cueillait en hâte encore un brin de sa chère herbe ; puis elle retournait au combat, la bouche pleine... Cela dura toute la nuit. De temps en temps la chèvre de M. Séguin regardait les étoiles danser dans le ciel clair et elle se disait :

- Oh ! pourvu que je tienne jusqu'à l'aube...

L'une après l'autre, les étoiles s'éteignirent. Blanquette redoubla de coups de cornes, le loup de coups de dents...

Une lueur pâle parut dans l'horizon... Le chant du coq enroué monta d'une métairie.

- Enfin ! dit la pauvre bête, qui n'attendait plus que le jour pour mourir ; et elle s'allongea par terre dans sa belle fourrure blanche toute tachée de sang...

Alors le loup se jeta sur la petite chèvre et la mangea.