

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris E.S.I.E.E.	Unité : ST4-SIG Examen Date : 18 janvier 2002 Durée : 2 heures	Classe I4
--	---	------------------

SUJET À TRAITER – *Tous documents autorisés*

Remis par M. J.-F. BERCHER

PETIT EXERCICE 1

On considère un repère orthonormé $(O, \mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w})$, où $\mathbf{u}, \mathbf{v}, \mathbf{w}$ sont trois vecteurs unitaires orthogonaux. On utilise une antenne plane, dont les capteurs, sont supposés parfaits et non directionnels (*i.e.* de même gain dans toutes les directions). Un capteur quelconque c_{mn} est situé en $d\mathbf{m}\mathbf{u} + d\mathbf{n}\mathbf{v}$ où d est une distance intercapteurs. L'antenne est composée de $L \times L$ capteurs. Le modèle de propagation utilisé est un modèle de propagation sphérique, et on se placera dans le cadre bande-étroite, en notant f_0 la fréquence.

1. Soit une source située en $\sigma_0 = [x_0, y_0, z_0]^T$ (dans le repère précédent). L'auteur de ce texte étant particulièrement malhabile avec les outils de dessin sur ordinateur, proposez une (belle) représentation graphique de l'antenne, du repère, de la source ; et sur laquelle vous prendrez soin d'indiquer les différentes grandeurs de l'énoncé ainsi que les grandeurs qui pourraient vous permettre de caractériser ce système.
2. Proposez une expression d'un vecteur directionnel $\mathbf{a}(\theta)$ traduisant la propagation d'une onde de σ à l'antenne (plusieurs expressions de vecteur directionnel sont sans doute possible). Vous préciserez quels sont les paramètres d'intérêt θ que vous retenir.
3. Quel est l'intérêt de choisir une antenne plane plutôt que rectiligne ?
4. Quelle est, *a priori* et sans calcul, l'ordre de grandeur de la capacité de résolution de l'antenne ?
5. Quel pourrait être l'(les) intérêt(s) de déployer plusieurs capteurs sur les stations de base dans le cadre d'un système de télécommunications cellulaires [Question de cours !] ?

PETIT EXERCICE 2

Dans la méthode de Capon, on cherche un filtre spatial, de coefficients $\mathbf{w}(\theta_0)$ permettant de minimiser la puissance totale, tout en garantissant un gain de 1 dans la direction θ_0 visée. Supposons que l'on connaisse la localisation θ_1 d'un brouilleur. Reprenez l'idée de Capon tout en cherchant à annuler la contribution du brouilleur (en d'autres termes, on contraint le gain à être nul dans la direction θ_1).

1. Donnez l'expression du problème de minimisation (vous pourrez chercher éventuellement — bien que ce ne soit pas absolument nécessaire à utiliser une formulation matricielle pour les contraintes).
2. Résolvez le système précédent.
3. Si on généralise l'approche précédente à l'annulation d'un plus grand nombre de brouilleurs, quel est le nombre maximal de brouilleurs que l'on peut éliminer si l'on utilise un filtre \mathbf{w} de longueur L , et pourquoi ?

EXERCICE 3 – TRAITEMENT RADAR

Beware. On reprend ici l'une des méthodes vues en cours pour une antenne à 1 capteur...

Un radar émet une onde $\phi(t)$, de durée limitée, et recueille en retour $r(t) = \sum_{k=1}^p s_k \phi(t - \tau_k) + b(t)$, où les s_k sont des amplitudes aléatoires, $b(t)$ un bruit blanc et τ_k représente le temps d'aller retour à une interface située à la distance d_k . On pose $\mathbf{r} = [r(0) \dots r((L-1)T_e)]^T$ un vecteur construit à partir de L échantillons du signal reçu. De la même manière on note ϕ_k et \mathbf{b} les vecteurs construits à partir des $\phi_k(t)$ et de $b(t)$.

1. Mettre le modèle d'observation sous la forme $\mathbf{r} = \mathbf{A}\mathbf{s} + \mathbf{b}$.
2. Donnez l'expression de la matrice de corrélation \mathbf{R}_r , en supposant, bien sûr, que \mathbf{s} et \mathbf{b} sont décorrélés.
3. Si $L > p$, montrez que la matrice de corrélation (dans le cas sans bruit) possède un noyau. Déduisez en qu'il existe \mathbf{v} tel que $\phi_k^T \mathbf{v} = 0, \forall k$.
4. Comment peut-on exploiter cette relation d'orthogonalité pour obtenir les d_k (on connaît une expression analytique de $\phi(t)$) ?

[Subsidaire] Étendre les résultats précédents au cas où l'on disposerait de plusieurs capteurs (quel en serait l'intérêt, d'ailleurs ?)