Partie de J.-F. BERCHER, à rendre sur une copie séparée

Exercice 1 :

On considère un signal $x(t)$, de type passe-bande, c'est-à-dire dont la transformée de Fourier n'existe que pour $|f| \in [f_0 - B, f_0 + B]$, avec $f_0 > 2B$, et où f_0 est la fréquence centrale et $2B$ la largeur de bande.

1 – On cherche à échantillonner $x(t)$. À quelle fréquence minimale F_e devrait on échantillonner ce signal ?

2 – Si chaque échantillon du signal est codé sur 8 bits, quel débit (en bits/s) est-il nécessaire pour transmettre ce signal sous sa forme numérique ? Application numérique : $f_0 = 100$ kHz, $B = 10$ kHz.

3 – On échantillonne en fait à $F_e = f_0$. représentez la TF du signal échantillonné, $X_E(f)$. Vous indiquerez l'amplitude des motifs. Que se passe t'il si $2B > f_0$?

4 – On isole le motif basse fréquence par un filtre passe-bas idéal de réponse en fréquence $\text{rect}_{Fe}(f)$. On note $x_{E,B}(t)$ le signal obtenu. Représentez $|X_{E,B}(f)|$.

5 – On définit $z(t) = \text{x}_{E,B}(t)\cos(2\pi f_0 t)$. Donnez l'expression de $Z(f)$ en fonction de $X_{E,B}(f)$, et représentez $|Z(f)|$. Quel est le lien entre $z(t)$ et $x(t)$?

Exercice 2 :

1 – Calculer la transformée de Fourier de $\text{rect}_T(t)$.

2 – Comment se transforme un produit de convolution par transformée de Fourier ? Comment se transforme un produit simple par transformée de Fourier ?

3 – Calculez « graphiquement » $\text{rect}_T(t) * \text{rect}_T(t)$. Calculez analytiquement $\text{rect}_T(t) * \text{rect}_T(t)$. Vous noterez $\text{tri}_{2T}(t)$ le signal résultant. Calculez sa transformée de Fourier.

4 – On considère un signal quelconque $x(t)$, échantillonné (correctement) à la fréquence F_e pour fournir

$$x_E(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_e)\delta(t - nT_e).$$

a) Représentez un exemple de signal $x_E(t)$ (6 échantillons minimum).

b) Représentez la TF $X_E(f)$ de $x_E(t)$.

c) On convolue $x_E(t)$ par $\mathrm{tri}_{2T_e}(t)$: $z(t) = x_E(t) * \mathrm{tri}_{2T_e}(t)$. Pour l'exemple choisi en 4-a, représentez le résultat de cette convolution.

d) Donnez l'expression de la TF de $z(t)$ et représentez son module.