

# Examen de filtrage numérique

Épreuve de M. Gravier,

Durée : 1h

Avec documents,

## Questions de cours

1. Quel est le lien entre transformée de Fourier à fréquence réduite et transformée en  $z$  ?
2. Quels peuvent être les avantages des filtres numériques par rapport aux filtres analogiques ?
3. Que veut dire « phase linéaire » ? Quel est l'intérêt d'avoir un filtre à phase linéaire ? Peut-on synthétiser un filtre numérique à phase linéaire ? Si oui, par quelle méthode ?
4. Quel est, dans le plan en  $z$ , le lieu des pôles assurant la stabilité d'un filtre ?
5. Qu'est-ce qu'une réponse impulsionnelle causale ?
6. Donnez un exemple d'équation aux différences correspondant à un filtre à réponse impulsionnelle finie. Donnez un exemple d'équation aux différences correspondant à un filtre à réponse impulsionnelle infinie.
7. Décrivez en quelques phrases la méthode de la fenêtre.

## Exercice

On cherche à synthétiser un filtre passe-bas numérique, selon le gabarit ci-dessous, en utilisant la transformation bilinéaire, à partir d'un prototype de Butterworth. Vous effectuerez la synthèse à partir d'une approximation de Butterworth dans le domaine analogique. Les fonctions d'approximation sont de la forme  $1/D(p)$ , avec

$$\begin{aligned} D(p) &= p + 1 && \text{pour un ordre 1,} \\ D(p) &= p^2 + \sqrt{2}p + 1 && \text{pour un ordre 2,} \\ D(p) &= (p + 1)(p^2 + p + 1) && \text{pour un ordre 3.} \end{aligned}$$

- a Transposez le gabarit en un gabarit analogique et calculez l'ordre du filtre de Butterworth à utiliser.
- b Calculez les coefficients du filtre numérique.
- c Écrivez une fonction, dans un langage de votre choix qui quantifie ces coefficients sur 8 bits.
- d Donnez l'équation aux différences du filtre synthétisé. S'agit-il d'un filtre à réponse impulsionnelle finie ou infinie ?
- e On rappelle que la largeur du lobe principal du sinus cardinal correspondant à la fenêtre rectangulaire de longueur  $N$  est de  $2/NF_e$ . Quelle devrait être la longueur de la réponse impulsionnelle pour satisfaire à la largeur de transition indiquée sur le gabarit précédent ? Comparez cette longueur au nombre de paramètres nécessaires pour réaliser le filtre par la méthode de la transformée bilinéaire. Quel peut être l'intérêt d'utiliser un filtre à réponse impulsionnelle finie ?

=120mm =25mm

FIG. 1 – Gabarit du filtre passe bas, avec  $f_c=12$  kHz,  $f_a=18$  kHz, et  $F_e=80$  kHz.