Examen de filtrage numérique

Partie de J.-F. Bercher, Durée : 1h
Sans documents,

Questions de cours

1. Quel est le lien entre transformée de Fourier à fréquence réduite et transformée en z ?

2. Quels peuvent être les avantages des filtres numériques par rapport aux filtres analogiques ?

3. Que veut dire « phase linéaire » ? Quel est l'intérêt d'avoir un filtre à phase linéaire ? Peut on synthétiser un filtre numérique à phase linéaire ? Si oui, par quelle méthode ?

4. Quel est, dans le plan en z, le lieu des pôles assurant la stabilité d'un filtre ?

5. Qu'est ce qu'une réponse impulsionnelle causale ?

6. Donnez un exemple d'équation aux différences correspondant à un filtre à réponse impulsionnelle finie. Donnez un exemple d'équation aux différences correspondant à un filtre à réponse impulsionnelle infinie.

7. Décrivez en quelques phrases la méthode de synthèse par échantillonnage en fréquence.

Exercice

On cherche à synthétiser un filtre passe-bas numérique, selon le gabarit ci-dessous, en utilisant la transformation bilinéaire, à partir d'un prototype de Butterworth. Vous effectuerez la synthèse à partir

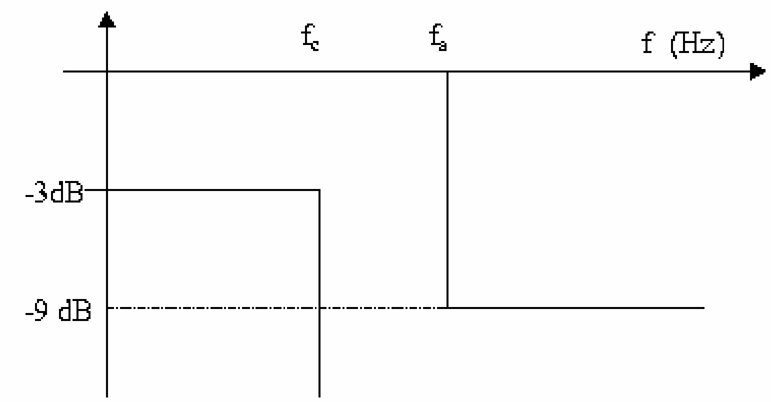

FIG. 1 - *Gabarit du filtre passe bas, avec fc=12 kHz, f_a=18 kHz, et F_e=80 kHz.*

d'une approximation de Butterworth dans le domaine analogique. Les fonctions d'approximation sont de la forme $1/D(p)$, avec

$$\begin{array}{ll} D(p) = p+1 & \text{pour un ordre 1,} \\ D(p) = p^2+\sqrt{2}p+1 & \text{pour un ordre 2,} \\ D(p) = (p+1)(p^2+p+1) & \text{pour un ordre 3.} \end{array}$$

a Transposez le gabarit en un gabarit analogique et calculez l'ordre du filtre de Butterworth à utiliser.

b Calculez les coefficients du filtre numérique.

c Donnez l'équation aux différences du filtre synthétisé. S'agit-t'il d'un filtre à réponse impulsionnelle finie ou infinie ?

d Écrire une fonction, dans un langage de votre choix, calculant la sortie du filtre `y` à l'instant n si les paramètres d'entrée sont `x`, l'entrée à l'instant n, `x1, x2, ...` les entrées aux instants $n-1$,$n-2$, etc, et `y1,y2,...` les sorties aux instants $n-1$,$n-2$,... et `b0, b2, b3,... a1, a2,...` les paramètres du filtre.

e On rappelle que la largeur du lobe principal du sinus cardinal correspondant à la fenêtre rectangulaire de longueur N est de $2/NF_e$. Quelle devrait être la longueur de la réponse impulsionnelle pour satisfaire à la largeur de transition indiquée sur le gabarit précédent ? Comparez cette longueur au nombre de paramètres nécessaires pour réaliser le filtre par la méthode de la transformée bilinéaire. Quel peut être l'intérêt d'utiliser un filtre à réponse impulsionnelle finie ?