

Exercice I. *Filtre demi-bande.*

On cherche à synthétiser un filtre filtre demi-bande, c'est-à-dire un filtre $H(f)$, dont le module vérifie :

$$\begin{aligned} |H(f)| &= 1 \text{ pour } f \in [-F_e / 4, F_e / 4], \\ |H(f)| &= 0 \text{ pour } |f| \in]F_e / 4, F_e / 2]. \end{aligned}$$

Calculez la réponse impulsionnelle, à temps continu. Déduisez-en, par échantillonnage de cette réponse impulsionnelle, 9 coefficients du filtre numérique causal, à réponse impulsionnelle finie, correspondant. Utilisez pour la troncature la fenêtre naturelle (fenêtre rectangulaire).

Donnez la structure d'implantation du filtre et l'équation aux différences réalisée.

Quelle doit être la sortie de ce filtre si le signal d'entrée possède un spectre dont la fréquence maximale est inférieure à $F_e/4$? Est-il possible de ne conserver qu'un échantillon sur deux du signal de sortie (opération de sous échantillonnage) ? Justifiez la réponse.

On insère un échantillon à 0 entre les échantillons successifs de la suite d'entrée $x(p)$:

$$\begin{aligned} y(2^*p+1) &= x(p+1) \quad p=0\dots N-1 \\ y(2^*p) &= 0. \end{aligned}$$

En considérant la réponse impulsionnelle $h(n)$ non causale, symétrique par rapport à $n=0$, montrez que les échantillons de rang impair de la suite de sortie sont inchangés. Quelle est l'opération réalisée par le filtre ?

Exercice II. *Synthèse d'un filtre à RII.*

On désire réaliser un filtre passe-bas numérique, présentant une ondulation de 1dB dans la bande, et de fréquence de coupure à 1dB de 8kHz. La fréquence d'échantillonnage est choisie égale à 40 kHz.

Pour réaliser ce filtre, on choisit une approximation de Tchebycheff d'ordre 3, pour laquelle le polynôme est :

$$D(p) = (p+0.494)(p^2+0.494p+0.994),$$

où p est la variable de Laplace, normalisée par rapport à la pulsation de coupure à 1dB.

Calculez le filtre à réponse impulsionnelle infinie correspondant.

Donnez le schéma d'implantation du filtre, sous la forme de la cascade de deux structures DN.

Calculez les facteurs d'échelle.