

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris E.S.I.E.E.	Unité : EL201 Examen partiel Date : 19 octobre 2001 Durée : 1 heure	Classe I2
--	--	------------------

SUJET À TRAITER – SANS DOCUMENTS.

Remis par M. J.-F. BERCHER
À rédiger sur une copie séparée

ÉNONCÉ

Le correcteur vous sera gré de donner des réponses concises et précises : la bonne réponse avec le bon argument suffisent, sans écrire un baratin excessif en espérant qu'« il trouvera bien la bonne réponse dedans ».

QUESTIONS DE COURS – [6 POINTS]

1. Quelle est la transformée de Fourier d'une impulsion de Dirac ?
2. Donnez l'expression d'un produit de convolution à temps continu puis à temps discret.
3. Quelle est la relation entre la transformée de Fourier d'un signal retardé $x(t - t_0)$ et la transformée de Fourier du signal initial $x(t)$. Cette relation est-elle conservée en discret ?
4. Comment peut-on obtenir la réponse impulsionnelle d'un système de fonction de transfert $H(z)$?
5. Comment peut-on obtenir les coefficients de la série de Fourier d'un signal périodique, à partir de la transformée de Fourier du motif élémentaire ?
6. Le domaine de convergence de la TZ pour un signal causal est-il l'intérieur ou l'extérieur d'un cercle ?

PETIT EXERCICE 1 – TRANSFORMÉE DE FOURIER RÉDUITE ET ÉCHANTILLONNAGE – [6 POINTS]

1. Soit $x_E(t)$ un signal échantillonné général. On note T_E et F_E respectivement la période et la fréquence d'échantillonnage. Calculez la transformée de Fourier de ce signal échantillonné et montrez que l'on obtient alors :

$$X_E(f) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} x(nT_E) e^{-j2\pi f n T_E}$$

2. Comparez cette expression à l'expression de la transformée de Fourier réduite : quelles sont les différences et comment passe-t-on de l'une à l'autre ?
3. Pourquoi $X_E(f)$ est-elle périodique en fréquence (donnez deux arguments : l'un à partir de la formule et l'autre à partir des propriétés de l'échantillonnage) ?

EXERCICE 2 – FILTRAGE [8 POINTS]

On considère un filtre d'entrée $x(n)$ et de sortie $y(n)$ décrit par l'équation aux différences

$$y(n) = x(n) - x(n-1).$$

1. Donnez la fonction de transfert $H(z) = Y(z)/X(z)$ de ce filtre.
2. Donner la réponse impulsionnelle du système (par deux méthodes différentes)
3. Donnez la réponse en fréquence $H(f)$. Vous pourrez chercher à faire apparaître un cosinus ou un sinus.
4. Représentez $|H(f)|$.
5. Pourquoi la réponse en fréquence obtenue est-elle périodique ?
6. Le filtre est-il de type passe-bas, passe-bande, ou passe-haut ?
7. Calculez la sortie du filtre pour un échelon $x(n) = u(n)$.
8. En remarquant que l'équation aux différences est une approximation de

$$y(t) = \frac{dx(t)}{dt},$$

(en quel sens ?), peut-on interpréter la sortie précédente ?