Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris ————— E.S.I.E.E.	Unité : EL201 Partie J.-F. Bercher Date : novembre 2000	Classe I2

SUJET À TRAITER – SANS DOCUMENTS.

Remis par M. J.-F. BERCHER

Durée : 1 heure

ÉNONCÉ

Exercice 1 - Questions de cours

1. Donnez la définition de la transformée en z (TZ).
2. Énoncez la formule du retard pour la transformée de Fourier, la transformée en z et la transformée de Fourier réduite.
3. Sous quelle(s) condition(s) sur la fonction de transfert en p $H(p)$ un système analogique est il stable ?
4. Sous quelle(s) condition(s) sur la fonction de transfert en z $H(z)$ un système discret causal est il stable ?
5. Comment peut-on obtenir la réponse impulsionnelle d'un système de fonction de transfert $H(z)$?
6. Donnez l'expression d'un produit de convolution à temps continu puis à temps discret.
7. Démontrez que la transformée de Fourier d'un produit de convolution est le produit des transformées de Fourier.

Exercice 2

1. Montrez que le produit de convolution entre un signal $x(t)$ et une impulsion de Dirac retardée $\delta(t-t_0)$ est le signal retardé $x(t-t_0)$.
2. Soit $\varpi_T(t) = \sum_n \delta(t-nT)$ le peigne de Dirac de période T. Représentez ce signal graphiquement. Démontrez que le produit de convolution entre un signal $x(t)$ et $\varpi_T(t)$ vaut $z(t) = (x * \varpi_T)(t) = \sum_n x(t-nT)$. Sous quelle(s) conditions(s) sur la durée de $x(t)$ ce dernier signal $z(t)$ est-il le signal initial $x(t)$ rendu périodique ?
3. On rappelle que la transformée de Fourier de $\varpi_T(t)$ vaut $\frac{1}{T}\varpi_{\frac{1}{T}}(f)$. Établissez alors l'expression de la transformée de Fourier $Z(f)$ de $z(t)$ en fonction de la transformée de Fourier $X(f)$ de $x(t)$.
4. Soit $x_E(t) = x(t)\varpi_T(t)$. Établissez l'expression de la transformée de Fourier $X_E(f)$ de $x_E(t)$ en fonction de $X(f)$.

Exercice 3

On considère le filtre de FT en z

$$H(z) = \frac{1-bz^{-1}}{1-az^{-1}}.$$

1. Écrire l'équation aux différences correspondante.
2. Calculez les réponses impulsionnelles $h(n)$ correspondantes en fonction de a et de b. Quelle est la réponse impulsionnelle, si l'on suppose le système causal. Sous quelle(s) condition(s) le système causal est il stable ?
3. Donnez l'expression de la fonction de transfert $H(f)$, puis de $|H(f)|$ pour b=0 et a quelconque. Précisez les amplitudes théoriques en $f=0$ et $f=1/2$. Sous quelle(s) condition(s) le système causal est il de type passe-bas ?
4. Soit une entrée sinusoïdale $x(n) = sin(2\pi f_0 n/Fe)$ de fréquence f_0, où Fe est la fréquence d'échantillonnage. Donnez l'expression de la sortie $y(n)$, et précisez le lien entre le gain et le déphasage et la fonction de transfert en fréquence $H(f)$.