

## EXAMEN DE DEA “ Systèmes de Communication ”

Durée : 45 minutes

Tous documents autorisés.

*Cet examen est long. Il en sera tenu compte dans la notation. La plupart des questions appellent une réponse extrêmement courte, et l'examen ne nécessite que très peu de calculs. Plusieurs solutions sont souvent possibles. L'argumentation sera concise et précise. Ne répondez pas à des questions qui ne sont pas posées*

### I. Transmission PSK à deux états

On considère une modulation binaire PSK. La source binaire émet un bit tous les  $T_b$ . On choisit une fréquence porteuse à  $f_0$ . Deux signaux  $s_0(t)$  et  $s_1(t)$  sont utilisés pour représenter les symboles. L'énergie par bit est notée  $E_b$ <sup>1</sup>. Le canal est supposé idéal.

- 1) Donnez une expression possible de  $s_0(t)$  et  $s_1(t)$ .
- 2) Afin d'assurer que chaque bit transmis, sur la durée  $T_b$ , contienne un nombre entier de périodes de la porteuse, comment faut-il choisir  $f_0$  ?
- 3) On cherche à exprimer  $s_0(t)$  et  $s_1(t)$  sous la forme  $s_0(t) = s_0 \phi(t)$  et  $s_1(t) = s_1 \phi(t)$ .  
Quelle fonction de base  $\phi(t)$  peut on choisir ? On vérifiera que cette fonction soit bien normée, et on donnera les valeurs de  $s_0$  et  $s_1$  correspondantes.
- 4) Proposez un schéma de l'émetteur.
- 5) On considère maintenant la partie récepteur.  
Le signal reçu est noté  $r(t)$ , et est constitué du signal émis ( $s_0(t)$  ou  $s_1(t)$ ), perturbé par un bruit blanc additif, centré et gaussien, de densité spectrale de puissance  $\gamma_0$ . Donnez le test du rapport de vraisemblance à utiliser. Déduisez en la valeur du seuil.
- 6) Proposez un schéma du récepteur optimal.
- 7) Que se passe t'il lorsque l'on n'utilise pas une porteuse telle que l'on ait un nombre entier de périodes pendant la durée  $T_b$  ?
- 8) Donnez l'expression de la probabilité de fausse alarme, c'est-à-dire de la probabilité de décider un "1", alors qu'un "0" est présent.

### II. Transmission PSK à quatre états

On considère maintenant une modulation de phase à 4 états (QPSK). Le canal est toujours idéal, et la source est toujours une source binaire, émettant au rythme d'un bit tous les  $T_b$ .

- 1) Donnez l'expression des signaux émis,  $s_i(t)$ , pour une QPSK. On normalisera à nouveau l'énergie par bit à  $E_b$ . Les signaux  $s_i(t)$  seront définis sur une durée  $2T_b$  : pourquoi ?
- 2) Montrez que les signaux  $s_i(t)$  peuvent être mis sous la forme
$$s_i(t) = a_i \cos(2\pi f_0 t) - b_i \sin(2\pi f_0 t),^2$$

---

<sup>1</sup> - L'énergie par bit  $E_b$  est définie comme l'intégrale du carré du signal sur la longueur  $T_b$ .

et donnez les valeurs de  $a_i$  et  $b_i$ .

3) On utilise une base orthonormée constituée de deux fonctions  $\phi_1(t)$  et  $\phi_2(t)$ . Donnez deux fonctions  $\phi_1(t)$  et  $\phi_2(t)$  convenables. Ces fonctions de base étant choisies, donnez la décomposition des 4 signaux  $s_i(t)$  sur cette base, sous la forme

$$s_i(t) = A_i \phi_1(t) + B_i \phi_2(t),$$

et sous la forme des vecteurs correspondants.

Représentez la constellation obtenue dans le plan  $(\phi_1(t), \phi_2(t))$ .

4) On utilise un démultiplexeur qui associe à une suite de deux bits deux sorties  $A_i$  et  $B_i$ , constantes sur une durée  $2T_b$  (on considèrera que le démultiplexeur introduit “ de lui-même ” le facteur de gain adéquat)<sup>3</sup>



Proposez un schéma de l'émetteur.

5) Proposez un schéma de récepteur. Afin de recréer un train binaire, on utilisera un multiplexeur 2 voies vers 1 voie.

6) Le canal est maintenant à bande limitée. Le canal équivalent en bande de base est défini par  $C(f) = 1$  si  $f \in [-B, B]$ , et 0 ailleurs. On rappelle que le taux d'émission binaire (en bits par seconde) est de  $1/T_b$ . Plutôt qu'un niveau constant, on désire que la sortie du démultiplexeur d'entrée soit formé d'impulsions étroites. Quel filtre peut-on introduire afin de transformer la suite des créneaux de largeur  $2T_b$  délivrés en sortie du démultiplexeur en une suite d'impulsions étroites ? On donnera la caractéristique spectrale de ce filtre, et on ne se préoccupera pas de sa réalisabilité.

7) Modifier le schéma de l'émetteur pour tenir compte de l'introduction de ce dernier filtre et d'un filtre de Nyquist en cosinus ajusté surélevé (on ne demande pas son expression). Quel est le rôle de ce dernier filtre ?

8) Quel peut-être l'intérêt de séparer le filtre de Nyquist en deux filtres, en racine de Nyquist, l'un placé dans l'émetteur, le second dans le récepteur. Proposez un schéma de récepteur incluant un tel filtre en racine de Nyquist.

---

<sup>2</sup> - On pourra utiliser la relation trigonométrique  $\cos(a+b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$

<sup>3</sup> - Ce démultiplexeur introduit évidemment un retard de  $T_b$  entre le début d'un dibit en entrée et le basculement de la sortie aux niveaux  $A_i$  et  $B_i$  correspondants.