

Durée : 90 minutes

Tous documents autorisés.

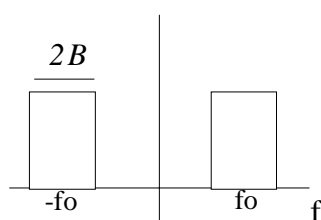
I. Transmission sur un canal passe-bande

A - On considère une source discrète, délivrant 4 messages $\{m_1, m_2, m_3, m_4\}$, de manière équiprobable, avec un débit d'un message toutes les 50 microsecondes.

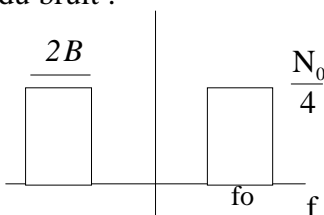
- Quelle est l'entropie de la source ?
- Quel est le taux d'émission de la source, en bits/s ?

B - Les messages délivrés par cette source doivent être acheminés par l'intermédiaire d'un canal de transmission dont la bande est déportée, avec $B=10$ kHz. Les messages transmis par la source sont perturbés par un bruit additif, blanc dans la bande, et de densité spectrale $N_0/2$, avec $N_0=4 \mu\text{W/Hz}$.

Gabarit du canal :



Densité spectrale de puissance du bruit :



1° Quelle est la variance du bruit ?

2° Représentez le gabarit du canal et la densité spectrale du bruit, ramenés en bande de base, (par une démodulation à f_0 : multiplication par $2\cos(2\pi f_0 t)$ et filtrage passe-bas). Calculez alors la capacité du canal (en bits/s). Le débit binaire, calculé en A - b. peut-il être acheminé par ce canal ?

3° On considère des modulations FSK et PSK, à 4 niveaux, sur une durée $T=T_c=50\mu\text{s}$.

- Quelle est la bande minimale occupée pour une modulation 4-FSK.
- Représentez la constellation obtenue pour une modulation 4-PSK.
- Calculez le spectre de la modulation 4-PSK.
- Laquelle de ces deux modulations peut-on retenir ?
- A la réception, combien d'hypothèses faut-il considérer, lesquelles ?
- Représentez le récepteur optimal.

II. Transmission PSK à deux états

On considère une modulation binaire PSK. La source binaire émet un bit tous les T_b . On choisit une fréquence porteuse à f_0 . Deux signaux $s_0(t)$ et $s_1(t)$ sont utilisés pour représenter les symboles. L'énergie par bit est notée E_b ¹. Le canal est supposé idéal.

1) Donnez une expression possible de $s_0(t)$ et $s_1(t)$.

2) Afin d'assurer que chaque bit transmis, sur la durée T_b , contienne un nombre entier de périodes de la porteuse, comment faut-il choisir f_0 ?

¹ - L'énergie par bit E_b est définie comme l'intégrale du carré du signal sur la longueur T_b .

3) On cherche à exprimer $s_0(t)$ et $s_1(t)$ sous la forme

$$s_0(t) = s_0 \phi(t) \text{ et } s_1(t) = s_1 \phi(t).$$

Quelle fonction de base $\phi(t)$ peut-on choisir ? On vérifiera que cette fonction soit bien normée, et on donnera les valeurs de s_0 et s_1 correspondantes.

4) Proposez un schéma de l'émetteur.

5) On considère maintenant la partie récepteur.

Le signal reçu est noté $r(t)$, et est constitué du signal émis ($s_0(t)$ ou $s_1(t)$), perturbé par un bruit blanc additif, centré et gaussien, de densité spectrale de puissance γ_0 . Donnez le test du rapport de vraisemblance à utiliser. Déduisez en la valeur du seuil.

6) Proposez un schéma du récepteur optimal.

7) Que se passe-t-il lorsque l'on n'utilise pas une porteuse telle que l'on ait un nombre entier de périodes pendant la durée T_b ?

8) Donnez l'expression de la probabilité de fausse alarme, c'est-à-dire de la probabilité de décider un "1", alors qu'un "0" est présent.

III Transmission FSK binaire

On considère une modulation binaire FSK. La source, binaire, émet un bit tous les T_b . On note f_0 et f_1 les deux fréquences. Deux signaux $s_0(t)$ et $s_1(t)$ sont utilisés pour représenter les symboles, chacun sur la durée T_b . L'énergie par bit est notée E_b . Le canal est supposé idéal.

1) Donnez une expression possible de $s_0(t)$ et $s_1(t)$.

2) Afin d'assurer que chaque bit transmis, sur la durée T_b , contienne un nombre entier de périodes de la porteuse, comment faut-il choisir les deux fréquences ? Quelle condition faut-il imposer à f_0 et f_1 pour que ces deux signaux soient orthogonaux ?

3) On cherche à exprimer $s_0(t)$ et $s_1(t)$ sous la forme

$$s_0(t) = s_0 \phi_0(t) \text{ et } s_1(t) = s_1 \phi_1(t), \text{ où } \phi_0(t) \text{ et } \phi_1(t) \text{ forment une base orthonormée, i.e. } \int_0^{T_b} \phi_i(t) \phi_j(t) dt = 1 \text{ si}$$

$i=j$ et 0 sinon. Quelles fonctions de base peut-on choisir ? Donnez alors les valeurs de s_0 et s_1 correspondantes.

4) Proposez un schéma de l'émetteur. On posera que la source émet une suite binaire unipolaire.

5) On considère maintenant la partie récepteur. Le récepteur est synchrone et cohérent. Le signal reçu est noté $r(t)$, et est constitué du signal émis ($s_0(t)$ ou $s_1(t)$), perturbé par un bruit blanc additif $b(t)$, centré et gaussien, de densité spectrale de puissance γ_0 . Donnez le test du rapport de vraisemblance à utiliser. Déduisez en la valeur du seuil, et proposez un schéma du récepteur optimal.