

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris E.S.I.E.E.	Unité : ST4 CN2 Examen de Synchronisation numérique Date : avril 2003 Durée : 1 heure environ	Classe I4-TTS
--	--	----------------------

SUJET À TRAITER – AVEC DOCUMENTS. *Tous documents autorisés*

Sujet remis par **J.-F. BERCHER**

ÉNONCÉ

I. QUESTIONS DE COURS

Pour répondre à ces questions, vous entourerez les lettres correspondant aux réponses exactes et barrerez ou raturerez les lettres correspondant aux assertions inexactes. Vous rendrez le sujet avec votre copie, sans omettre d'indiquer votre nom ici ⇒

NOM :

1. Pour un signal modulé en BPSK (modulation de phase discrète à deux états). Est-il possible d'estimer la phase modulo 2π (i.e. sans l'ambiguïté de π) ?
 - (a) Non, il existe toujours une indétermination de π due à la symétrie de la constellation.
 - (b) Oui à condition que les données (a_k) soient connues (au moins partiellement).
 - (c) Oui même si les données ne sont jamais observées.
2. Dans un algorithme tel que la boucle de Costas $\varphi_k = \varphi_{k-1} + \gamma \text{Im} (y_k^2 e^{-i2\varphi_{k-1}})$, quel est l'intérêt de remplacer le pas scalaire γ par un filtre de la forme $\gamma_1 + \frac{\gamma_2}{1-z^{-1}}$:
 - (a) Si la dérive de phase est linéaire, ce filtre permet d'annuler le biais asymptotique.
 - (b) La convergence initiale est meilleure.
 - (c) Cela évite les glissements de cycle.
3. Pour un système de transmission qui respecte le critère de Nyquist (e.g. réponse en cosinus surélevé), quel est l'effet d'une désynchronisation (décalage constant) de l'échantillonnage ?
 - (a) Aucun si le décalage est constant au cours du temps.
 - (b) Aucun dans tous les cas.
 - (c) Cela génère des interférences entre symboles.
4. Lors de la conception d'une boucle à verrouillage de phase, comment est-il possible de prendre en compte des informations *a priori* très fortes telles que le fait que l'émetteur suit une trajectoire connue dans l'espace ?
 - (a) En choisissant une fonction de coût adaptée.
 - (b) En choisissant un filtre de boucle adapté.
 - (c) En modifiant l'algorithme de minimisation de la fonction de coût.

II. SYNCHRONISATION DE RYTHME – MÉTHODE DE LA RAIE SPECTRALE

On considère un problème de synchronisation de rythme pour une modulation QAM (M états), ou le signal ramené en bande de base s'exprime selon

$$x(t) = \sum a_k p(t - kT_s) + b(t), \quad (1)$$

où a_k désigne le symbole émis à l'instant kT_s , $p(t)$ est la forme de l'impulsion résultant de l'ensemble des filtres de la chaîne de transmission (filtres d'émission et réception, canal, ...) et T_s est la période symbole. La méthode de la raie spectrale permet de déterminer la période T_s à partir du signal recueilli $x(t)$, sans nécessairement connaître la forme de l'impulsion $p(t)$.

Les hypothèses de travail sont les suivantes : (a) les symboles a_k sont centrés, de variance σ_a^2 , et décorréllés entre eux, (b) $b(t)$ est un bruit blanc gaussien de variance σ_b^2 .

1. À partir du modèle en bande de base, eq. (1), établissez l'expression de la fonction d'autocorrélation $R_{XX}(t, \tau)$, dépendant à la fois de t et de τ et montrez qu'à τ constant, cette fonction d'autocorrélation est périodique en t , de période T_s . Ce type de signal est appelé cyclo-stationnaire.
2. Déduisez que la puissance instantanée $E[x(t)^2]$ est une fonction périodique.
3. Proposez une technique pour estimer la puissance instantanée et en déduire la période symbole.

III. LE PROBLÈME DE COB

L'architecture EER (*Envelope Elimination and Restoration*) pour les émetteurs numériques permet de faire fonctionner l'amplificateur de puissance d'émission autour de son point de compression en « transformant » le signal d'entrée $x(t)$ en un signal à enveloppe constante. Le principe consiste simplement à décomposer $x(t)$ en un module $\rho(t)$ et un terme de phase $\cos(\phi(t))$ et à utiliser le module pour moduler l'alimentation de l'amplificateur de puissance. Le problème est que module et phase subissent différentes avanies lors des traitements analogiques, qui se traduisent par des retards des module et phase par rapport au signal de départ $x(t)$. Ainsi, si on note $y(t)$ le signal recueilli à la sortie de l'amplificateur de puissance, on a

$$\begin{cases} x(t) = \rho(t) \cos(\phi(t)), \\ y(t) = \rho(t - \Delta_1) \cos(\phi(t - \Delta_2)). \end{cases}$$

On se propose donc de précompenser les retards sur $\rho(t)$ et $\phi(t)$, en utilisant comme entrée du système un signal de la forme $\tilde{x}(t) = \rho(t + \tau_1) \cos(\phi(t - \tau_2))$, de sorte à minimiser en sortie l'écart moyen quadratique entre $\tilde{y}(t) = \rho(t + \tau_1 - \Delta_1) \cos(\phi(t + \tau_2 - \Delta_2))$ et $x(t)$, cet écart étant évidemment minimal pour $\tau_1 = \Delta_1$ et $\tau_2 = \Delta_2$. Tout le problème est d'estimer, de manière adaptative, les retards τ_1 et τ_2 .

1. Donner l'expression du critère (fonction de coût) $J(\tau_1, \tau_2)$ qu'on peut chercher à minimiser afin de résoudre ce problème.
2. Donner les expressions des gradients par rapport aux paramètres τ_1, τ_2 .
3. En pratique, on pourra travailler avec les signaux échantillonnés – remplacer t par nT_e (T_e période d'échantillonnage). Déduisez de la question précédente les algorithmes itératifs de gradient stochastique qu'il faut mettre en œuvre pour estimer les deux retards.
4. Les retards effectifs n'ont que peu de chance d'être des multiples entiers de la période d'échantillonnage. Comment pourrait on procéder pour estimer des termes du genre $\rho(nT_e - \tau_1)$?