

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris E.S.I.E.E.	Unité : SE4-SIS1 Examen de filtrage adaptatif Date : 10 janvier 2005 Durée : 1 heure	Classe I4
--	---	------------------

SUJET À TRAITER – *Tous documents autorisés*

Remis par M. J.-F. BERCHER

À rédiger sur une copie séparée

Petit exercice 1

On dispose d'un signal de référence, $s(n)$, et l'on recueille une observation du signal de référence affectée par un gain lentement variable $a(n)$ et d'un bruit additif $b(n)$ (blanc gaussien de variance σ_b^2), sous la forme

$$x(n) = a(n)s(n) + b(n).$$

Le but est d'estimer le gain $a(n)$. Il s'agirait soit de l'identification du gain d'un système large bande, soit d'une opération de démodulation. Bien entendu, on pourrait penser à effectuer la division de $x(n)$ par $s(n)$, mais ce serait coûteux (en charge de calcul), imprécis à cause du bruit et risqué si $s(n)$ s'annule. Vous noterez $R_{ss}(0) = E\{|s(n)|^2\} = \sigma_s^2$ la puissance de la référence $s(n)$ et vous pourrez noter par $R_{sx}(0)$ l'intercorrélacion entre s et x . Si vous le jugez utile, vous pourrez supposer que $s(n)$ et $b(n)$ sont indépendants.

On suppose pour le moment le gain constant $a(n) = a$.

1. Proposez un critère quadratique dont la minimisation permettra d'estimer le gain inconnu.
2. Donnez l'expression du gradient de ce critère (en fonction de w, R_{ss} et R_{sx}).
3. Donnez l'algorithme du gradient correspondant.
4. Comment choisir le pas d'adaptation ? Donnez la valeur optimale du pas d'adaptation.
5. Que vaut la puissance de l'erreur lorsque l'algorithme a convergé ?

Afin de suivre des variations éventuelles du gain, on utilise une version adaptative (LMS)

1. Donnez l'expression de l'algorithme LMS correspondant à ce problème.
2. Comment faut-il choisir le pas d'adaptation ?
3. Que vaut l'erreur d'estimation ?

Petit exercice 2

On considère un système d'entrée $u(n) = \exp(j2\pi f_0 n + \phi)$, où ϕ est une phase aléatoire uniforme sur $[0, 2\pi]$. On note $v(n)$ la sortie de ce système que l'on cherche à identifier.

1. Montrez que la fonction d'autocorrélation $R_{uu}(k)$ vaut $R_{uu}(k) = \exp(j2\pi f_0 k)$
2. On cherche à identifier un système d'ordre 2 (deux coefficients). Donnez l'équation normale permettant de déterminer le filtre de Wiener, en précisant les composantes des matrices et vecteurs mis en jeu.
3. A l'ordre 2, montrez que la matrice \mathbf{R}_{uu} possède une valeur propre nulle et n'est pas inversible.
4. Quelle est la conséquence de ceci sur l'identification, sur la vitesse de convergence ?
5. Pour quelle raison physique une exponentielle complexe ne convient-elle pas pour effectuer l'identification ? Comment faut-il choisir le signal d'entrée pour mener à bien l'identification ?