

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris ————— ESIEE	I4FM - MA4M11 TP Filtrage numérique Durée : 4 heures	Signal
--	--	--------

Remis par M. J.-F. BERCHER
D'après un TP de P. Jardin et N. Madaoui

ÉNONCÉ

Scripts et fichiers Matlab fournis :

Pour récupérer les fichiers matlab, vous pouvez vous connecter sur <http://www.esiee.fr/~bercherj/New/TP/TPi4fm-2> et télécharger les fichiers dans un répertoire de travail local.

Le but de ce TP est de concevoir et appliquer différents filtres numériques sur un signal périodique de fréquence fondamentale $f_0=200$ Hz, échantillonné à la fréquence $F_e=8000$ Hz.

Ce signal est stocké dans le vecteur x sauvegardé dans le fichier **sig1.mat**. On peut le récupérer sous MATLAB par l'instruction : **load sig1**

A. Tracés du signal et de son spectre

On peut tracer le signal en fonction du temps en utilisant les instructions :

$N=length(x)$ % nombre d'échantillons du signal

$n=[0 :N-1]$; % indices des échantillons

$Fe=8000$; % fréquence d'échantillonnage

$t=n/Fe$; % échelle temporelle

$figure$; $plot(t,x)$; $legend('signal original')$

On peut par ailleurs calculer et afficher son spectre par :

$Xf=fft(x)$; % calcul de la TFD du signal

$f=n*Fe/N$; % échelle des fréquences calculées par TFD;

$figure$; $plot(f,abs(Xf))$; $legend('spectre du signal original')$

Commentez et interprétez.

FILTRAGE

On souhaite à présent modifier le contenu spectral du signal x par différents filtres numériques de fonction de transfert $H(z)=B(z)/A(z)$. Deux routines standard MATLAB vous seront très utiles :

- **filter** qui implémente l'équation aux différences : cette fonction calcule le vecteur y des sorties d'un filtre numérique spécifié par le vecteur B des coefficients du numérateur $B(z)$, le vecteur A des coefficients du dénominateur $A(z)$, pour un vecteur d'entrées x , suivant l'instruction : **y=filter(B,A,x)** ;
- **freqz** qui calcule et trace la réponse fréquentielle $H(e^{j2\pi f/F_e})$ en module et phase pour un filtre spécifié par les deux vecteurs B et A des coefficients de la fonction de transfert : **freqz(B,A)**

B. Élimination de la dérive lente du signal

Le signal est affecté par une dérive lente de son niveau moyen. On cherche alors à extraire cette valeur moyenne à variations lentes, d'une part, et à calculer le signal débarrassé de cette dérive d'autre part. On notera $M(n)$ la dérive, et $x_c(n)$ le signal centré.

Partie théorique :

Quelle expression permet de calculer la moyenne du signal x sur une période ?

En déduire un filtre FIR, de réponse impulsionnelle $g(n)$, qui calcule cette moyenne $M(n)$.

En déduire un autre filtre FIR, de réponse impulsionnelle $h(n)$, qui élimine cette moyenne : $x_c(n) = x(n) - M(n) = x(n) \otimes h(n)$. Donner l'expression de $h(n)$.

Donner les expressions de $G(z)$ et de $H(z)$.

Partie pratique (MATLAB)

- Créer et tracer les deux réponses impulsionnelles (on pourra se servir de l'instruction *ones(L,L)* qui crée un vecteur ligne de L uns).
- Tracer les réponses en fréquence de ces filtres. Vous pourrez utiliser la fonction *fft* qui calcule la TF, et tracer le module (abs) du résultat.
- Filtrer le signal x par ces filtres. Tracer les signaux de sortie ainsi que leurs spectres. Conclure.

C. Accentuation d'une zone de fréquence autour de 1000 Hz.

On souhaite maintenant accentuer (très nettement) la zone de fréquence autour de 1000 Hz sur le signal initial.

Partie théorique

Déterminer les pôles p_1 et p_2 d'un filtre permettant de réaliser cette accentuation. Calculer la fonction de transfert, $H(z)$, correspondante ainsi que la réponse impulsionnelle $h(n)$.

Partie pratique (MATLAB)

- 1) Le vecteur de coefficients du dénominateur $A(z)$ sera calculé par : $A = \text{poly}([p1, p2])$ et vous vérifierez que vous obtenez les coefficients déterminés « à la main ».
- 2) Tracer la réponse fréquentielle du filtre
- 3) Calculer sa réponse impulsionnelle par : $h2 = \text{filter}(B, A, [1 \text{ zeros}(1, 300)])$ (réponse à une impulsion calculée sur 300 points). La tracer.
- 4) Calculer et tracer la réponse impulsionnelle obtenue avec la formule vue en cours. La comparer à la précédente.
- 5) Calculer et tracer la sortie du filtre soumis à l'entrée x_c ainsi que son spectre. Conclure.
- 6) Comment peut-on simultanément amplifier autour de 1000 Hz et supprimer la dérive? Proposer un filtre qui réalise les deux opérations.

D. Filtrage passe-bas [0- 250 Hz] par la méthode de la fenêtre

On cherche maintenant à ne conserver que les basses fréquences (0 à 250 Hz) du signal x_c en filtrant celui-ci par un filtre passe-bas FIR à $N=101$ coefficients .

On considère un filtre passe-bas idéal dont le module de la fonction de transfert, $H(f)$, est une fonction rectangulaire. Calculer la réponse impulsionnelle (infinie) du filtre numérique qui réaliserait ce passe – bas de façon idéale.

Partie pratique (MATLAB)

- On veut limiter le nombre de coefficients à L (RIF). Calculer le vecteur h à L coefficients représentant cette réponse pondérée (tronquée) par une fenêtre rectangulaire $\text{rect}_T(t)$ où $T=L*Te$.
- Tracer la réponse fréquentielle de ce filtre ($B = h, A = 1$).
- Calculer et tracer la sortie de ce filtre soumis à l'entrée x_c ainsi que son spectre.
- Observer le temps de propagation de groupe de la réponse fréquentielle : $\text{plot}(f, \text{grpdelay}(B, A, N))$. Commenter.