

Chambre de Commerce et d'Industrie de Paris  ESIEE	TP Filtrage numérique Date : janvier 2006 Durée : 3 heures	EL301
---	--	-------

Remis par M. J.-F. BERCHER  
D'après un TP de P. Jardin et N. Madaoui

## ÉNONCÉ

### Scripts et fichiers Matlab fournis :

Pour récupérer les fichiers matlab, vous pouvez vous connecter sur <http://www.esiee.fr/~bercherj/New/TP/TPEI301> et téléchargez les fichiers dans un répertoire de travail local. Le but de ce TP est de concevoir et appliquer différents filtres numériques sur un signal périodique de fréquence fondamentale  $f_0=200$  Hz, échantillonné à la fréquence  $F_e=8000$  Hz. Ce signal est stocké dans le vecteur  $x$  sauvegardé dans le fichier **sig1.mat**. On peut le récupérer sous MATLAB par l'instruction : **load sig1**

### A. Tracés du signal et de son spectre

On peut tracer le signal en fonction du temps en utilisant les instructions :

```
N=length(x) % nombre d'échantillons du signal
n=[0 :N-1]; % indices des échantillons
Fe=8000; % fréquence d'échantillonnage
t=n/Fe; % échelle temporelle
figure; plot(t,x); legend('signal original')
```

On peut par ailleurs calculer et afficher son spectre par :

```
Xf=fft(x); % calcul de la TFD du signal
f=n*Fe/N; % échelle des fréquences calculées par TFD;
figure; plot(f,abs(Xf)); legend('spectre du signal original')
```

### B. Elimination de la composante continue (moyenne) du signal

On souhaite à présent modifier le contenu spectral du signal  $x$  par différents filtres numériques de fonction de transfert  $H(z)=B(z)/A(z)$ . Deux routines standard MATLAB vous seront très utiles :

**filter** qui implémente l'équation aux différences : cette fonction calcule le vecteur  $y$  des sorties d'un filtre numérique spécifié par le vecteur  $B$  des coefficients du numérateur  $B(z)$ , le vecteur  $A$  des coefficients du dénominateur  $A(z)$ , pour un vecteur d'entrées  $x$ , suivant l'instruction : **y=filter(B,A,x)** ;

**freqz** qui calcule et trace la réponse fréquentielle  $H(e^{j2\pi f/F_e})$  en module et phase pour un filtre spécifié par les deux vecteurs  $B$  et  $A$  des coefficients de la fonction de transfert : **freqz(B,A)**

#### Partie théorique :

Quelle expression permet de calculer la moyenne du signal  $x$  sur une période ?

En déduire un filtre FIR, de réponse impulsionnelle  $h(n)$ , qui élimine cette moyenne :  $x_0(n) = x(n) - M(n) = x(n) \otimes h(n)$ . Donner l'expression de  $h(n)$ .

Donner l'expression de  $H(z)$ .

#### Partie pratique (MATLAB)

Créer et tracer la réponse impulsionnelle  $h(n)$  du filtre (on pourra se servir de l'instruction **ones(1,L)** qui crée un vecteur ligne de  $L$  uns).

Tracer la réponse fréquentielle  $H(z)$  de ce filtre.

Filtrer le signal  $x$  par ce filtre. Tracer le signal de sortie que vous noterez  $x_0$  ainsi que son spectre. Conclure.

### C. Accentuation d'une zone "formantique" autour de 1000 Hz.

On souhaite maintenant accentuer (très nettement) la zone de fréquence autour de 1000 Hz sur le signal  $x_0$ .

**C.1. Partie théorique.** Déterminer les pôles  $p_1$  et  $p_2$  d'un filtre permettant de réaliser cette accentuation. Calculer la fonction de transfert,  $H(z)$ , correspondante ainsi que la réponse impulsionnelle  $h(n)$ .

**Partie pratique (MATLAB)**

Le vecteur de coefficients du dénominateur  $A(z)$  sera calculé par `A=poly([p1,p2])` et vous vérifierez que vous obtenez les coefficients déterminés "à la main".

Tracer la réponse fréquentielle du filtre

Calculer sa réponse impulsionnelle par `h=filter(B,A,[1 zeros(1,300)])` (réponse à une impulsion calculée sur 300 points). La tracer.

Calculer et tracer la réponse impulsionnelle obtenue avec la formule vue en cours. La comparer à la précédente.

Calculer et tracer la sortie du filtre soumis à l'entrée  $x_0$  ainsi que son spectre. Conclure.

**D. Filtrage passe-bas [0- 250 Hz] par la méthode de la fenêtre**

On cherche maintenant à ne conserver que les basses fréquences (0 à 250 Hz) du signal  $x_0$  en filtrant celui-ci par un filtre passe-bas FIR à  $N=101$  coefficients .

**D.1. Partie théorique.** On considère un filtre passe-bas idéal dont le module de la fonction de transfert,  $H(f)$ , est une fonction rectangulaire. Calculer la réponse impulsionnelle (infinie) du filtre numérique qui réaliserait ce passe – bas de façon idéale.

**Partie pratique (MATLAB)**

On veut limiter le nombre de coefficients à  $N$  (RIF). Calculer le vecteur  $h$  à  $N$  coefficients représentant cette réponse pondérée (tronquée) par une fenêtre rectangulaire  $\text{rect}_T(t)$  où  $T=N*Te$ .

Tracer la réponse fréquentielle de ce filtre ( $B = h, A = 1$ ) .

Calculer et tracer la sortie de ce filtre soumis à l'entrée  $x_0$  ainsi que son spectre.

Observer le temps de propagation de groupe de la réponse fréquentielle : `plot(f,grpdelay(B,A,N))`. Commenter.